SUR LES AUTOMORPHISMES ANALYTIQUES DES VARIÉTÉS HYPERBOLIQUES

JEAN-JACQUES LOEB ET JEAN-PIERRE VIGUÉ

Abstract. Des résultats de H. Cartan concernant les automorphismes holomorphes des domaines bornés sont ici généralisés aux variétés hyperboliques dans le sens de Kobayashi. Dans ce cadre, nous donnons un théorème d'identité ainsi que sa version topologique. Nous montrons également qu'une suite d'automorphismes qui converge uniformément sur un ouvert non vide, a une limite sur tout l'espace qui est un automorphisme. A la fin du papier, des conditions sont données sur la suite des itérées d'une auto-application holomorphe pour qu'elle soit un automorphisme.
Results of H. Cartan about holomorphic automorphisms on bounded domains are generalized to the case of hyperbolic manifolds in the sense of Kobayashi. In this setting, we give an identity theorem together with its topological version. We show also that a sequence of automorphisms which converges uniformly on some nonempty open set, has a limit on the whole space which is an automorphism. At the end of the paper, conditions are given for the sequence of iterates of a self holomorphic map in order to be an automorphism.

Mathematics subject classification(2000) 32Q45(Primary), 32H02, 32H50(Secondary)

Keywords Variétés hyperboliques, limites d'automorphismes analytiques, caractérisation des automorphismes analytiques par la suite des itérés.
Hyperbolic manifolds, limit of analytic automorphisms, characterization of analytic automorphisms by the sequence of iterates.

1. Introduction

L'étude du groupe des automorphismes analytiques d'un domaine borné D de $\mathbb{C}^n$ a été commencée par H. Cartan dans les années trente. En particulier, il a démontré les deux théorèmes suivants [3][4]

Théorème 1. *Soit D un domaine borné de $\mathbb{C}^n$ et soit $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'automorphismes analytiques de D. Supposons que la suite f_n converge vers $f \in H(D, \overline{D})$ uniformément sur tout compact de D. S'il existe $a \in D$ tel que $f(a) \in D$, alors f est un automorphisme analytique de D.*

Théorème 2. *Soit D un domaine borné de $\mathbb{C}^n$ et $f : D \to D$ une application holomorphe. On considère la suite des itérées f^m. S'il existe une sous-suite f^{m_k} convergeant uniformément sur tout compact de D vers g non dégénérée (c'est à dire tel que le déterminant jacobien de g ne soit pas identiquement nul), alors f (et g) sont des automorphismes analytiques de D.*

Beaucoup de résultats démontrés pour les domaines bornés se généralisent au cas des variétés hyperboliques. Dans cet article, nous allons généraliser les deux théorèmes précédents.

Les énoncés précis seront donnés dans l'article. Nous allons commencer par un certain nombre de rappels.

2. La distance de Kobayashi et la topologie compacte-ouverte

Soit X une variété analytique complexe connexe. On définit sur X la pseudodistance de Kobayashi k_X [7] et on dit que X est hyperbolique si k_X est une distance sur X. Dans ce cas d'après le théorème de Barth [1], la distance k_X définit la topologie de X.

Soient X et Y deux variétés complexes. On définit sur l'ensemble $C(X,Y)$ des applications continues de

X dans Y la topologie compacte-ouverte. Supposons que la topologie de Y soit définie par une distance d_Y (En particulier, quand Y est hyperbolique, on pourra prendre $d_Y = k_Y$). Alors pour tout compact K inclus dans X, on définit la pseudo-distance d_K par la formule:

$$d_K(f,g) = \sup_{x \in K} d_Y(f(x), g(x))$$

Il est classique que la topologie compacte-ouverte est définie par la famille des pseudodistances d_K, où K parcourt l'ensemble des compacts de X.

En particulier, si X est une variété hyperbolique, ces résultats s'appliquent à l'ensemble $H(X,X)$ des applications holomorphes X dans X et au groupe $Aut(X)$ des automorphismes analytiques de X.

3. Lemme de compacité

Nous avons besoin du théorème suivant.

Théorème 3. *Soient U et X deux variétés hyperboliques. Soit L un compact de X. Alors le sous-ensemble $H(U,L)$ de $H(U,X)$ des applications holomorphes de U à valeurs dans L est compact.*

Preuve Si on munit U et X des distances de Kobayashi k_U et k_X, alors tout élément $f \in H(U,X)$ est contractant (au sens large) pour ces distances. Ainsi les éléments de $H(U,L)$ sont équicontinus. D'autre part pour x fixé dans U, l'ensemble des $f(x)$ pour f variant dans $H(U,L)$ est inclus dans L qui est compact. Pour tout compact $K \subset U$ d'intérieur non vide, l'espace $H(U,L)$ muni de la topologie de la convergence uniforme sur K est relativement compact dans $C(K,X)$. Ainsi, si on considère une suite $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'éléments de $H(U,L)$, on peut en extraire une suite (f_{n_k}) convergeant uniformément sur $\overset{\circ}{K}$ vers $f \in H(\overset{\circ}{K}, L)$. Par un argument de suite diagonale, on peut donc extraire une suite (f_{n_k}) convergeant uniformément sur tout compact de U vers $f \in H(U,L)$. Ceci montre que $H(U,L)$ est compact.

4. suite d'applications injectives

On donne un théorème [5] prouvé dans le cas des ouverts de $\mathbb{C}^n$ mais dont la démonstration s'adapte aux cas des variétés complexes. On a besoin de la définition suivante: On dira qu'une application holomorphe entre deux variétés complexes de même dimension X et Y est non dégénérée en un point $a \in X$ si la différentielle $Df(a)$ est un isomorphisme entre les espaces tangents en a et en $f(a)$. Il est aisé de voir que ceci s'exprime par la non nullité du déterminant jacobien quand on se place dans des cartes autour de a et $f(a)$. On dira que f est non dégénérée si f est non dégénérée en un point.

Théorème 4. *Soit $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'applications holomorphes injectives entre deux variétés complexes X et Y de même dimension avec X connexe. On suppose que f_n tend uniformément* *sur tout compact vers f non dégénérée. Alors f est injective et de plus pour tout ouvert relativement compact W dans $f(V)$, l'application réciproque g_n de f_n est définie sur W pourvu que n soit assez grand, et la suite des g_n converge uniformément sur W vers l'application réciproque de f.*

Le théorème précédent utilise le théorème qui suit [2]

Théorème 5. *Soit $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'applications holomorphes entre deux variétés complexes de même dimension. On suppose que f_n tend uniformément sur tout compact vers f non dégénérée en a. Alors il existe un voisinage W de $f(a)$ qui soit contenu dans tous les $f_n(X)$ pour n assez grand.*

Pour être complet, une preuve de ces deux théorèmes est donnée.

Preuve du théorème 5

A. On a d'abord le lemme topologique suivant: Soient X et Y deux espaces métriques localement connexes et localement compacts et $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'applications continues et ouvertes de X dans Y, qui converge uniformément sur tout compact vers f. Soit $a \in X$ tel que: $f^{-1}(f(a)) = a$. Alors il existe un voisinage V de $f(a)$ tel que $f_n(X)$ contienne ce voisinage pour n assez grand.

La preuve du lemme est la suivante: On choisit un voisinage ouvert relativement compact Z de a. D'après l'hypothèse, $f(a)$ n'appartient pas à $\partial f(Z)$. On choisit alors pour V un voisinage ouvert connexe de $f(a)$ tel que son adhérence n'intersecte pas $\partial f(Z)$. Pour montrer que V satisfait bien aux hypothèses, on écrit V comme union de trois ensembles disjoints, à savoir: $V = (f_n(Z) \cap V) \cup (\partial f_n(Z) \cap V) \cup (Y - \overline{f_n(Z)}) \cap V)$. On remarque que pour n assez grand, le second terme de cette union est vide : En effet, un argument de compacité montre que $\partial f_n(Z) \subset f_n(\partial Z)$. D'autre part en utilisant la convergence uniforme de f_n vers f sur ∂Z ainsi que l'hypothèse $\partial f(Z) \cap \overline{V} = \emptyset$, on en déduit que $\partial f_n(Z) \cap \overline{V}$ est vide pour n assez grand et ainsi pour ces mêmes n, le second terme de l'union est vide.

La connexité de V permet de conclure la preuve du lemme. En effet les deux termes restants de l'union sont ouverts et l'ensemble $f_n(Z) \cap V$ est non vide pour n assez grand car il contient $f(a)$. Donc pour de tels n, V est bien contenu dans $f(Z)$.

B. On se place dans les hypothèses du théorème. On se met dans des ouverts de carte et on utilise l'holomorphie des f_n pour voir qu'il existe un voisinage ouvert X de a tel que f ainsi que les f_n soient partout non dégénérés pour n assez grand. Le théorème d'inversion locale nous dit alors que quitte à se restrindre à un ouvert convenable de X, les hypothèses du lemme sont satisfaites, ce qui permet de conclure.

Preuve du théorème 4 On remarque d'abord que f est partout non dégénérée. En effet il est clair que l'ensemble E des points $x \in X$ où f est non dégénérée est ouvert et non vide. Il suffit comme X est connexe, de montrer que E est fermé. Soit donc (x_k) une suite de points de E qui converge vers $x \in X$. On se place alors dans des ouverts de carte connexes autour de x et $f(x)$. Le déterminant jacobien de f est la limite des déterminants jacobiens des f_n. On sait que l'injectivité des f_n implique que leurs déterminants Jacobiens ne s'annulent pas et le théorème de Hurwitz nous dit alors que le déterminant jacobien de f ne s'annule pas ou bien est identiquement nul. Ce dernier cas est exclu car les x_k sont dans l'ouvert de carte pour k assez grand.

Montrons que f est injective. Supposons que: $f(x) = f(y)$. On choisit deux voisinages ouverts de x et y. En appliquant le théorème 5 à ces deux voisinages, on voit que pour n assez grand, on a: $f(x) = f_n(x)$ et $f(y) = f_n(y)$ et donc $f_n(x) = f_n(y)$, ce qui implique $x = y$ par injectivité des f_n.

Soit K un compact dans l'ouvert $f(X)$. Pour tout $a \in K$, il existe d'après le théorème 4, un voisinage V qui soit contenu dans $f_n(X)$ pour n assez grand. En recouvrant K par un nombre fini de tels voisinages, on déduit que pour n assez grand, le compact K est contenu dans $f_n(X)$ et pour de tels n l'application réciproque g_n est bien définie sur K.

Soit $a \in X$. On choisit un voisinage ouvert W_a qui soit relativement compact dans un autre voisinage ouvert W'_a, ce dernier voisinage étant choisi équivalent à un domaine borné de $\mathbb{C}^n$. Le théorème 5 nous dit alors qu'il existe un voisinage ouvert V de $f(a)$ qui soit contenu dans $f_n(W_a)$ pour les n assez grands. Dans ces conditions, on a donc: $f_n^{-1}(V) \subset W_a$. Le choix de W_a implique la normalité de la suite des f_n^{-1} restreinte à V. On extrait donc une sous-suite $f_{n_k}^{-1}$ qui converge. La limite de la suite $f_{n_k}^{-1} \circ f$, définie au voisinage de a, est l'idendité. Ceci implique, du fait que f est non dégénérée, que la limite des restrictions des $f_{n_k}^{-1}$ à V est f. Des arguments standards permettent de conclure facilement (voir aussi fin de la preuve du théorème 8).

La preuve de la proposition suivante repose sur des arguments simples de convergence uniforme.

Proposition 1. *On se donne trois variétés complexes X, Y, Z. On se donne également une suite $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'applications de $H(X,Y)$ qui converge uniformément sur tout compact vers f et $(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de $H(Y,Z)$ qui converge uniformément sur tout compact vers g. Alors la suite $g_n \circ f_n$ tend uniformément sur tout compact vers $g \circ f$.*

5. Théorème d'unicité de Cartan

Théorème 6. *Soit X une variété hyperbolique connexe. Soit $a \in X$ et soit $f \in H(X,X)$ tel que $f(a) = a$ et $Df(a) = id$. Alors f est l'idendité.*

Preuve Ce théorème a été démontré par H. Cartan dans le cas d'un domaine borné. Pour X hyperbolique, le théorème de Barth nous dit qu'l existe $r > 0$ assez petit tel que la boule ouverte $B_k(a,r)$ de centre a et de rayon r pour la métrique de Kobayashi soit holomorphiquement équivalente à un ouvert borné de $\mathbb{C}^n$. Comme f est contractante pour k_X, cette boule est envoyée dans elle-même par f. On en déduit par le théorème de Cartan que f vaut l'idendité sur la composante connexe de $B_k(a,r)$ qui contient a. Le théorème du prolongement analytique permet de conclure.

Nous donnons une version topologique du théorème. Rappelons d'abord que si on considère une variété X, un point a de X et une suite d'applications holomorphes de X dans X telle que $f_n(a)$ tende vers a, on dira que $Df_n(a)$ tend vers l'idendité si c'est vrai dans une carte au voisinage de a et on vérifie facilement que cette définition ne dépend pas de la carte choisie.

Théorème 7. *Soit X une variété hyperbolique connexe, soit $a \in X$ et une suite f_n d'éléments de $H(X,X)$. Supposons que $f_n(a)$ tende vers a et que $Df_n(a)$ tend vers l'idendité. Alors la suite f_n tend uniformément sur tout compact vers l'idendité.*

Preuve Nous allons d'abord montrer que f_n tend uniformément vers l'idendité sur un voisinage compact de a. En effet d'après le théorème de Barth, on peut choisir $r > 0$ assez petit pour que la boule fermée de rayon r et de centre a pour la distance de Kobayashi soit compacte.

En utilisant l'hypothèse $f_n(a) \to f(a)$ et la propriété de contraction de la distance de Kobayashi, on en déduit que pour n assez grand, $f_n \in H(B_k(a,r/2), \overline{B_k(a,r)})$, qui d'après le théorème 3 est compact. On peut donc extraire une sous-suite f_{n_k} qui converge vers $f \in H(B_k(a,r/2), \overline{B_k(a,r)})$. En utilisant $f_n(a) \to a$, on déduit que f envoie $B_k(a,r/2)$ dans lui-même. En choisissant r assez petit pour que $B_k(a,r/2)$ soit holomorphiquement équivalent à un ouvert borné de $\mathbb{C}^n$, le théorème d'unicité de Cartan nous dit que $f(x) = x$ pour x dans la composante connexe de a dans $B_k(a,r/2)$. Un théorème d'Eisenman [6] permet alors de conclure que f_n tend uniformément sur tout compact de X vers l'idendité.

6. Limites d'automorphismes

Nous allons montrer le théorème suivant:

Théorème 8. *Soit X une variété hyperbolique connexe. Soit $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'automorphismes holomorphes de X. On suppose que les restrictions des f_n à un compact K d'intérieur non vide de X tendent uniformément vers f. Alors f se prolonge en un automorphisme $\hat{f}$ de X et la suite f_n converge uniformément sur tout compact de X.*

Preuve Soit $g_n := f_n^{-1}$. Considérons la suite double $(g_n \circ f_p)_{(n,p)\in\mathbb{N}^2}$. Nous allons montrer que cette suite double converge uniformément vers l'identité sur tout compact de X. On a pour tout x de K: $k_X(g_n(f_p(x)), x) = k_X(g_n(f_p(x)), g_n(f_n(x)) = k_X(f_p(x), f_n(x))$ car g_n est une isométrie pour k_X. Il est clair que $k_X(f_p(x), f_n(x))$ tend uniformément vers 0 sur K quand n et p tendent vers l'infini. D'après le théorème 7, et du fait que K est d'intérieur non vide, on déduit que la suite $g_n \circ f_p$ tend uniformément vers l'identité.

Pour montrer que la suite double $(f_n \circ g_p)_{(n,p)\in\mathbb{N}^2}$ tend uniformément vers l'identité sur tout compact, on commence par remarquer que par passage à la limite, on a: $k_X(f(x), f(y)) = k_X(x,y)$ pour tout x, y dans K. De ce fait f est injective et donc comme il est bien connu, partout non dégénérée sur l'intérieur de K. Le théorème 4 permet d'affirmer qu'il existe un compact L dans X d'intérieur non vide tel que la suite g_n tende uniformément vers g sur L. On peut alors raisonner comme précédemment pour montrer que la suite $(f_n \circ g_p)$ tend uniformément vers l'idendité sur tout compact de X.

Maintenant on peut définir le prolongement $\hat{f}$ de f. Etant donné un point x de X, on considère un compact K dont l'intérieur soit connexe et contienne a et x. Il existe alors un compact L dans X et un entier n_0 tels que pour tout p et tout $y \in K$, on ait: $g_{n_0}(f_p(y)) \in L$. Le théorème 3 dit que $H(\overset{\circ}{K}, L)$ est compact. Par suite on peut extraire de la suite $g_{n_0} \circ f_p$ restreinte à $\overset{\circ}{K}$ une sous-suite convergente. Soit h la limite. Au voisinage de a, elle coïncide avec $g_{n_0} \circ f$. Comme toute suite extraite a la même limite, on en déduit que $g_{n_0} \circ f_p$ converge vers h et on obtient le prolongement de f en définissant $\hat{f} := g_{n_0}^{-1} \circ h$. Il est facile de vérifier que le prolongement est indépendant des choix faits. Par exemple si K_1 et K_2 sont deux compacts d'intérieur non vide contenant a et x, il suffit de prendre $K = K_1 \cup K_2$.

On peut bien sûr faire la même construction avec g_n. On obtient un prolongement $\hat{g}$ et par passage à la limite, on trouve: $\hat{f} \circ \hat{g} = \hat{g} \circ \hat{f} = id$, ce qui termine la preuve du théorème.

7. Caractérisation des automorphismes analytiques par la suite des itérées.

Nous avons le théorème suivant:

Théorème 9. *Soit X une variété complexe connexe hyperbolique. Soit $f \in H(X,X)$ et considérons la suite des itérées f^n. Supposons qu'il existe un ouvert non vide U de X, $g : U \to X$ non dégénérée et une suite extraite f^{n_k} qui converge vers g uniformément sur tout compact de U. Alors $f \in Aut(X)$.*

On déduit de ce théorème et du théorème 8 le corollaire suivant.

Corollaire 1. *Sous les hypothèses du théorème 9, l'application g se prolonge en un automorphisme de X et la suite f^{n_k} converge uniformément vers cet automorphisme sur tout compact de X.*

Preuve du théorème Quitte à restreindre U, on peut supposer que g est un isomorphisme analytique de U sur $g(U)$. On peut de plus supposer que $n_{k+1} - n_k$ tend vers l'infini.

Soit $a \in U$. Montrons que $f^{n_{k+1}-n_k}$ tend uniformément vers l'identité sur un voisinage de $g(a)$.

Soit $\epsilon > 0$. On a: $k_X(f^{n_{k+1}-n_k}(g(x)), f^{n_{k+1}-n_k}(f^{n_k}(x))) \leq k_X(g(x), f^{n_k}(x))$ car $f^{n_{k+1}-n_k}$ est contractante. Il existe un voisinage $W(a)$ de a tel que pour k assez grand, cette dernière quantité soit plus petite que $\epsilon/2$. De même pour x dans $W(a)$ et k assez grand, la quantité $k_X(f^{n_{k+1}}(x), g(x))$ est plus petite que $\epsilon/2$. On a donc par l'inégalité triangulaire que $k_X(f^{n_{k+1}-n_k}(g(x)), g(x))$ est plus petit que ϵ dans $W(a)$, ce qui signifie que $f^{n_{k+1}-n_k}$ converge uniformément vers l'identité sur $g(W(a))$, qui est un voisinage de $g(a)$ car g est non dégénérée au voisinage de a. Le théorème 7 nous dit alors que $f^{n_{k+1}-n_k}$ converge uniformément vers l'identité sur tout compact.

Pour démontrer le théorème, il suffit alors de montrer la proposition suivante:

Proposition 2. *Soit X une variété hyperbolique et $f \in H(X,X)$. On suppose que pour une suite d'entiers m_k, la suite des f^{m_k} tend uniformément vers l'identité de X. Alors f est un automorphisme holomorphe.*

Preuve

a. f est injective car si $f(x) = f(y)$, on a aussi $f^{m_k}(x) = f^{m_k}(y)$ et donc par passage à la limite, $x = y$.

b. On montre de même que f est partout non dégénérée.

c. La surjectivité est une conséquence directe du théorème 5.

Du théorème précédent, on déduit le corollaire (Comparer avec [6], [7],[9])

Corollaire 2. *Soit X une variété hyperbolique. Soit $a \in X$ et $f : X \to X$ une application holomorphe qui laisse fixe a. Alors f est un automorphisme analytique si et seulement si toutes ses valeurs propres sont de module* 1.

Preuve Si $f \in H(X,X)$ laisse fixe a, alors f envoie une boule de Kobayashi dans elle-même. En choisissant une telle boule de rayon assez petit pour qu'elle soit équivalente à un ouvert borné dans $\mathbb{C}^n$ et en appliquant les inégalités de Cauchy, on déduit facilement que les valeurs propres de $Df(a)$ sont plus petites ou égales à 1 en module. Si f est de plus un automorphisme, la considération de f^{-1} permet de montrer que toutes les valeurs propres sont de module 1.

Réciproquement si $Df(a)$ a toutes ses valeurs propres de module 1, il en est de même pour $Df(a)^n$. En considérant la restriction de f à une boule $B_k(a,r)$ et en utilisant le théorème de Montel, on peut extraire une sous suite de la suite des itérées qui converge uniformément sur la boule vers g. Par suite, g est non dégénérée et le théorème précédent permet de conclure.

Avant d'énoncer le corollaire suivant, remarquons que si on considère une suite $(h_n)_{n\in\mathbb{N}}$ d'applications holomorphes d'une variété complexe X dans elle-même telle que pour un certain $a \in X$ la suite $h_n(a)$ tende vers b, alors on peut donner un sens à la phrase suivante: Il existe $c > 0$ tel que pour n assez grand, les déterminants jacobiens des h_n sont minorés en module par c. A cet effet on utilise des ouverts de carte autour de a et b et on voit que l'assertion ne dépend pas des cartes choisies. On dira dans ce cas que le Jacobien est minoré en a.

Corollaire 3. *Soit $f \in H(X, X)$. On suppose qu'il existe $a \in X$ tel que $f^{n_k}(a)$ tende vers b pour une suite d'entiers croissants n_k et que de plus le Jacobien des f^{n_k} est minoré en a. Alors $f \in Aut(X)$.*

Preuve On choisit $r > 0$ assez petit pour que $\overline{B_k(b, r)}$ soit compact. La propriété de contraction de k_X implique que pour n_k assez grand, la boule $B_k(a, r/2)$ est envoyée par f^{n_k} dans $\overline{B_k(b, r)}$. On extrait une sous suite convergente de la suite des f^{n_k} restreinte à $B_k(b, r)$ et on applique le théorème 9 pour conclure.

References

[1] T.J.Barth, The Kobayashi distance induces the standard topology, Proc.Amer.Math.Soc**35**(1972),439-441

[2] S. Bochner, W.T.Martin, *Several complex variables*, Princeton, Princeton University Press, 1948

[3] H.Cartan, Les fonctions de deux variables complexes et le problème de la représentation analytique, J. Math pures et appliquées **9-11** (1932), 1-114

[4] H.Cartan, Sur les fonctions de plusieurs variables complexes, l'itération des transformations intérieures d'un domaine borné, Math.Z**35**(1932),no.1, 760-763

[5] Dixon P.G, Esterle J, Michael's problem and the Poicaré-Fatou Bieberbach phenomen, Bull.Amer.Math.Soc **15**, no.2, 1986, 127-187

[6] D.A. Eisenman, Holomorphic mappings into tight manifolds, Bull.Amer. Math.Soc **76** (1970), 46-48

[7] S.Kobayashi, *Hyperbolic complex spaces*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], 318, Springer-Verlag, Berlin, 1998

[8] J.P.Vigué, Le groupe des automorphismes analytiques d'un domaine borné d'un espace de Banach complexe. Application aux domaines bornés symétriques. Ann. Sci.Ecole Norm.Sup (4) 9 (1976), no.2, 203-281

[9] H.Wu, Normal families of holomorphic mappings, Acta.Math.**119** 1967, 193-233

JJL. Université d'Angers. Dpt de Mathématiques. Larema.
email: jean-jacques.loeb@univ-angers.fr
J.-P. V., UMR CNRS 6086, Université de Poitiers, Mathématiques , SP2MI, BP 30179, 86962 FUTUROSCOPE
e-mail : vigue@math.univ-poitiers.fr