Contrôle continu Géométrie Élémentaire (L2) lundi 12 mars 2018
8h30-9h30

Les trois parties sont indépendantes.
Les documents ne sont pas autorisés.

1. On considère un plan affine $\mathcal{E}$ muni d'un repère cartésien $\mathcal{R} = (\mathcal{O}, (\vec{\imath}, \vec{\jmath}))$. Soit $\mathcal{O}'$ le point de coordonnées $(3, 8)$ par rapport à $\mathcal{R}$, et soient $\vec{u} = 4\vec{\imath} + 7\vec{\jmath}$, et $\vec{v} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$. Alors $\mathcal{R}' = (\mathcal{O}', (\vec{u}, \vec{v}))$ est un autre repère cartésien de $\mathcal{E}$ (on l'admet).

a. Donner les coordonnées par rapport à $\mathcal{R}$ du point P dont les coordonnées par rapport au repère $\mathcal{R}'$ sont $(-2, 3)$.

b. Donner les coordonnées par rapport à $\mathcal{R}'$ du point Q dont les coordonnées par rapport au repère $\mathcal{R}$ sont $(1, 7)$.

c. $\mathcal{E}$ un espace affine de dimension 3 muni d'un repère cartésien $(\mathcal{O}, (\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}))$; l'ensemble est le plan passant par les points P de coordonnées $(-1, 2, -1)$, le point Q de coordonnées $(1, 0, 3)$, et le point R de coordonnées $(-2, 3, -4)$

2. Soit $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ deux droites dans un plan affine muni d'un repère cartésien $(\mathcal{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, d'équations respectives $ax + by = p$ et $a'x + b'y = q$.

a. Montrer que $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont sécantes (elles se coupent en un seul point) si et seulement si la condition suivante est vérifiée :

$$\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \neq 0.$$

b. Soit $\mathcal{D}''$ une troisième droite dans ce plan, d'équation $a''x + b''y = r$. Montrer (indépendamment de la question précédente) que si $\mathcal{D}$, $\mathcal{D}'$ et $\mathcal{D}''$ sont concourantes (elles passent toutes par un même point), alors la condition suivante est vérifiée :

$$\begin{vmatrix} a & b & p \\ a' & b' & q \\ a'' & b'' & r \end{vmatrix} = 0.$$

Fin.